제 19 장
두 집단간 평균의 차이 검정

1. 평균의 차이에 대한 표준오차
2. 두 평균의 비교
3. 통제된 실험에서 평균의 차이 검정

1. 평균의 차이에 대한 표준오차

두 표본평균의 차이의 표준오차

상자 A	상자 B
평 균 110	평 균 90
표준편차 60	표준편차 40

무작위 복원추출

- 상자A로부터 400회 추출에 대한 평균

$= 110 \pm 3$

- 상자B로부터 100회 추출에 대한 평균

$= 90 \pm 4$

차이의 기대값은 110-90=20

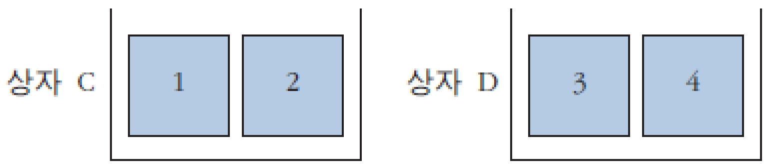
차이의 표준오차는?

- 두 집단이 독립이면 두 표본평균의 차이의 표준오차는

$\sqrt{Var(\bar{X}) + Var(\bar{Y})}$ (제곱근 분산합 공식)

1. 평균의 차이에 대한 표준오차

두 표본평균의 차이의 표준오차



각각의 상자에서 독립적으로 무작위로 100회 복원추출

상자 C에서 1 이 뽑히는 개수와 상자 D에서 4가 뽑히는 개수 모두 50±5

두 표본개수의 차이의 표준오차는 $\sqrt{5^2 + 5^2} \approx 7$ 이다.

1. 평균의 차이에 대한 표준오차

두 표본평균의 차이의 표준오차

1부터 5까지의 카드가 한 장씩 들어 있는 상자에서 무작위로 100회 복원추출

각각의 숫자가 뽑히는 개수는 20 ± 4 임

이 때 1 이 뽑히는 개수와 5 가 뽑히는 개수의 차이에 대한 표준오차는 "제곱근 분산합" 공식에 따라 $\sqrt{4^2 + 4^2}$ 과 같이 계산할 수 있는가?

그렇지 않다. 한 숫자가 많이 뽑히면 다른 숫자는 적게 뽑히게 되므로 1이 뽑히는 개수와 5가 뽑히는 개수는 서로 독립일 수 없다. 제곱근 분산합 공식을 사용할 수 없다.

2. 두 평균의 비교

두 평균의 비교

매년 전국적으로 고등학교 1학년생을 무작위로 1,000명 뽑아 수학시험을 치르게 한다.

- 2002년과 2013년을 비교하면 다음과 같다.

  2002년: 평균 = 64점 표준편차 = 11점

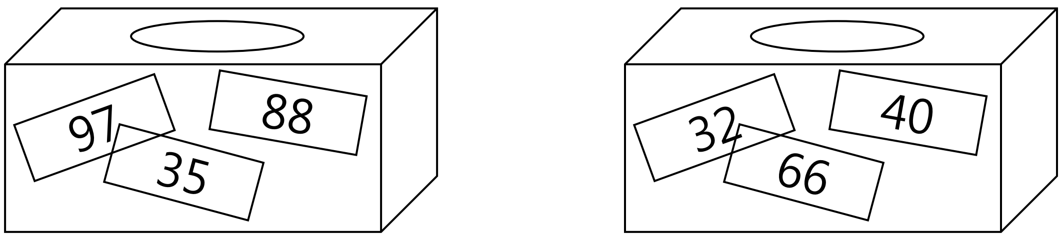
  2013년: 평균 = 66점 표준편차 = 10점

- 이러한 평균의 차이는 실질적인가 아니면 우연의 산물인가?

2. 두 평균의 비교

두 평균의 비교

두 개의 상자모형을 만든다.



2002년 상자

2013년 상자

- 각 상자로부터 1,000번 무작위 비복원추출
- 추출된 두 표본은 서로 독립

2. 두 평균의 비교

두 평균의 비교

귀무가설: 10년 동안 수학 실력은 향상되지 않았다.

$$Z = \frac{\text{관측된 차이 - 기대된 차이}}{\text{관측된 차이의 표준오차}}$$

관측된 차이 = 66-64 = 2

기대된 차이 = 0

관측된 차이의 표준오차

2002년도 표준오차 $= 11 / \sqrt{1{,}000} \approx 0.35$

2013년도 표준오차 $= 10 / \sqrt{1{,}000} \approx 0.32$

두 평균 차이의 표준오차 $= \sqrt{0.35^2 + 0.32^2} = 0.47$

$\therefore z = (2-0)/0.47 = 4.3$ 귀무가설 기각

2. 두 평균의 비교

두 비율의 비교

한 대학에서 남학생 200명과 여학생 300명을 무작위로 추출한다.

남학생 중에는 107명이 정기적으로 컴퓨터를 사용하고 여학생 중에서는 132명이 사용한다.

- 남학생 사용자 비율= 53.5%
- 여학생 사용자 비율= 44.0%
- 이러한 남녀 사용자 비율의 차이는 실질적인가 아니면 단지 우연의 산물인가?

2. 두 평균의 비교

두 비율의 비교

귀무가설: 컴퓨터 사용자 비율에 남녀 차이가 없다.

$$Z = \frac{\text{관측된 차이 - 기대된 차이}}{\text{관측된 차이의 표준오차}}$$

관측된 차이 = 9.5%

기대된 차이 = 0%

관측된 차이의 표준오차

- 컴퓨터 사용하는 남학생 비율의

  표준오차 $= \sqrt{0.535 \times 0.465} / \sqrt{200} = 0.035 = 3.5\%$

- 컴퓨터 사용하는 여학생 비율의

  표준오차 $= 2.9\%$

두 비율의 차이에 대한 표준오차 $= \sqrt{3.5^2 + 2.9^2} = 4.5\%$

$\therefore z = (9.5 - 0) / 4.5 = 2.1.$ 5% 유의수준에서 귀무가설 기각

3. 통제된 실험에서 평균의 차이 검정

통제된 실험에서 두 평균의 비교

비타민 C의 감기예방 효과 실험

전체 200명의 실험대상자 가운데 무작위로 100명을 뽑아

- 처리집단: 뽑힌 100명에게는 매일 비타민 2,000mg을 준다.
- 통제집단: 나머지 100명에게는 매일 같은 양의 가짜약을 준다.

실험기간이 끝난 후 감기에 걸린 횟수 측정

- 처리집단: 평균 = 2.3회
  표준편차 = 3.1회
- 통제집단: 평균 = 2.6회
  표준편차 = 2.9회

‘두 평균의 차이가 통계적으로 유의한가?’

3. 통제된 실험에서 평균의 차이 검정

통제된 실험에서 두 평균의 비교

$$Z = \frac{\text{관측된 차이 - 기대된 차이}}{\text{관측된 차이의 표준오차}}$$

두 평균의 차이 = -0.3

관측된 차이의 표준오차

- 처리집단의 표준오차 $= 3.1/\sqrt{100} \approx 0.31$
- 통계집단의 표준오차 $= 2.9/\sqrt{100} \approx 0.29$

평균의 차이에 대한 표준오차 $= \sqrt{0.31^2 + 0.29^2} = 0.42$

$$\therefore z = \frac{-0.3 - 0.0}{0.42} = -0.7$$ 평균의 차이가 유의하지 않다.

3. 통제된 실험에서 평균의 차이 검정

통제된 실험에서 두 비율의 비교

'인간의 합리성' 가정을 검증하기 위한 실험

의사집단 1: 서식A를 제공. 의사집단 2: 서식B를 제공

[서식 A] 수술 환자 100명 중에서 10명은 수술 도중에 죽고, 32명은 1년 이내에 죽으며, 66명은 5년 이내에 죽는다. 방사선 치료를 받는 100명의 환자 중에서는 아무도 치료 도중에 죽지 않고, 23명이 1년 이내에 죽으며, 78명이 5년 이내에 죽는다.

[서식 B] 수술 환자 100명 중에서 90명은 살아서 수술 기간을 넘기고, 68명은 일년 이상 살아남으며, 34명은 5년 이상 살아남는다. 방사선 치료를 받는 100명의 환자 중에서는 모두 다 살아서 치료기간을 넘기고, 77명이 1년 이상 살며, 22명이 5년 이상 산다.

서식을 읽은 후 의사들은 각자 폐암 환자에게 추천할 치료법을 제시

- 의사집단 1: 80명 중 40명(50%)이 수술을 추천
- 의사집단 2: 87명 중 73명(84%)이 수술을 추천

'두 비율의 차이가 통계적으로 유의한가?'

3. 통제된 실험에서 평균의 차이 검정

통제된 실험에서 두 비율의 비교

$$Z = \frac{\text{관측된 차이 - 기대된 차이}}{\text{관측된 차이의 표준오차}}$$

두 비율의 차이 = 34%

관측된 비율 차이의 표준오차

- 의사집단 1의 표준오차 = $\sqrt{0.5 \times 0.5} / \sqrt{80} \approx 0.056$
- 의사집단 2의 표준오차 = $\sqrt{0.84 \times 0.16} / \sqrt{87} \approx 0.039$

비율의 차이에 대한 표준오차 = $\sqrt{0.056^2 + 0.039^2} \approx 0.068$

$$\therefore z = \frac{34\% - 0\%}{6.8\%} = 5.0$$ 비율의 차이가 통계적으로 유의하다.