제 5 장 상관관계

1. 산포도
2. 상관계수
3. 상관계수 구하기
4. 상관계수의 특징
5. 상관계수와 관련된 유의사항

1. 산포도

결합분포

이제까지는 한 번에 하나의 변수만을 다루는 방법에 대해 살펴보았다.

이제부터는 두 변수 사이의 상호관계를 분석하기 위한 방법을 살펴본다.

남녀간의 관계처럼 많은 경우 둘간의 관계가 중요하다.

- 예: 교육과 임금
- 예: 통화증가율과 물가상승률
- 예: 학급 규모와 학생 성적

결합분포(joint distribution): 두 변수간의 관계 전모를 보여줌

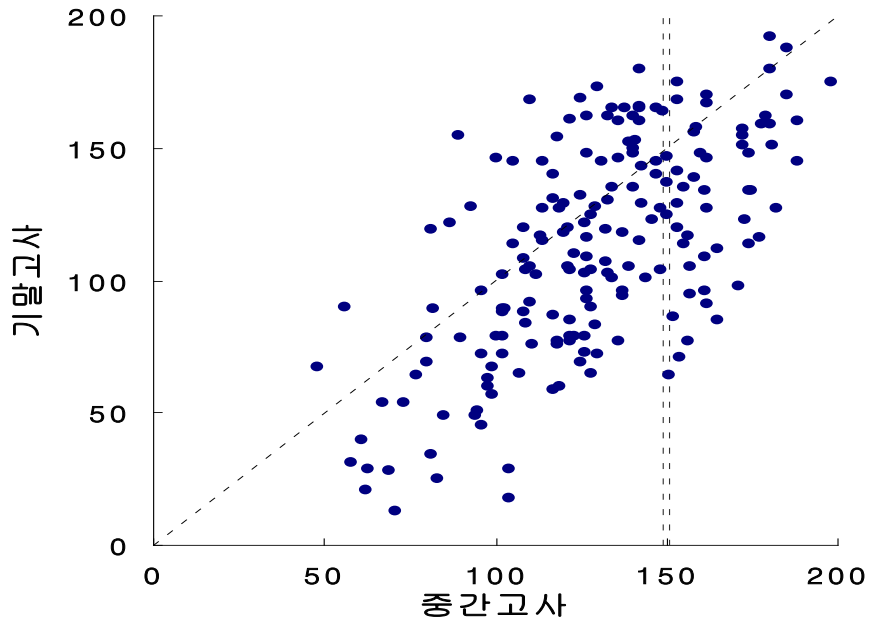
1. 산포도

산포도 (scatter plot)

두 변수 사이의 관계를 살펴보기 위해 산포도를 이용한다.

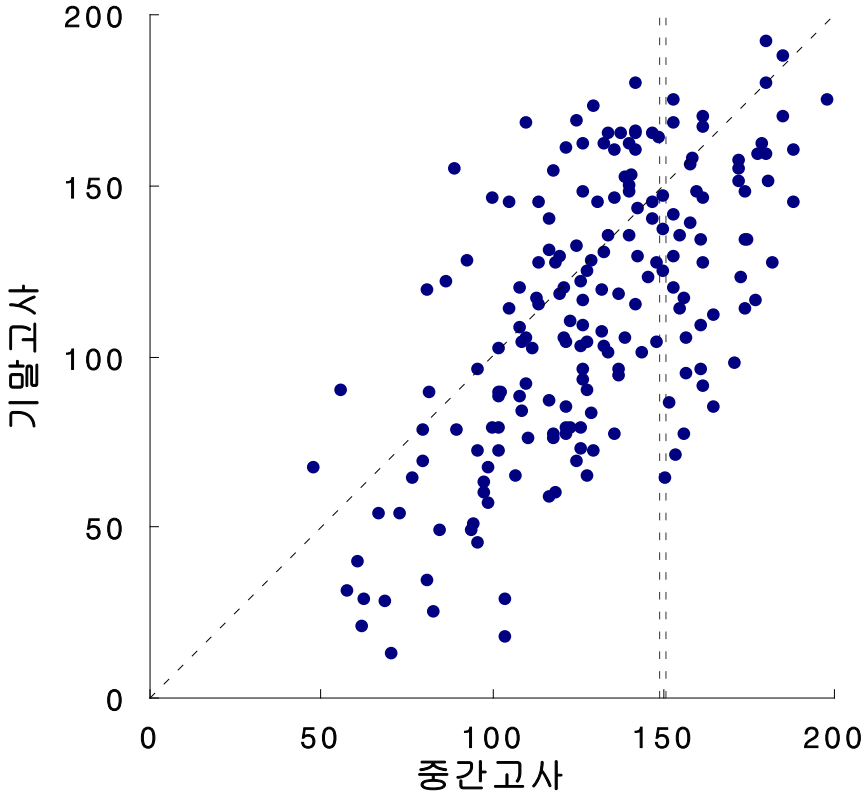
설명변수는 x로 표기하고 가로축에 표시

피설명변수는 y로 표기하고 세로축에 표시



1. 산포도

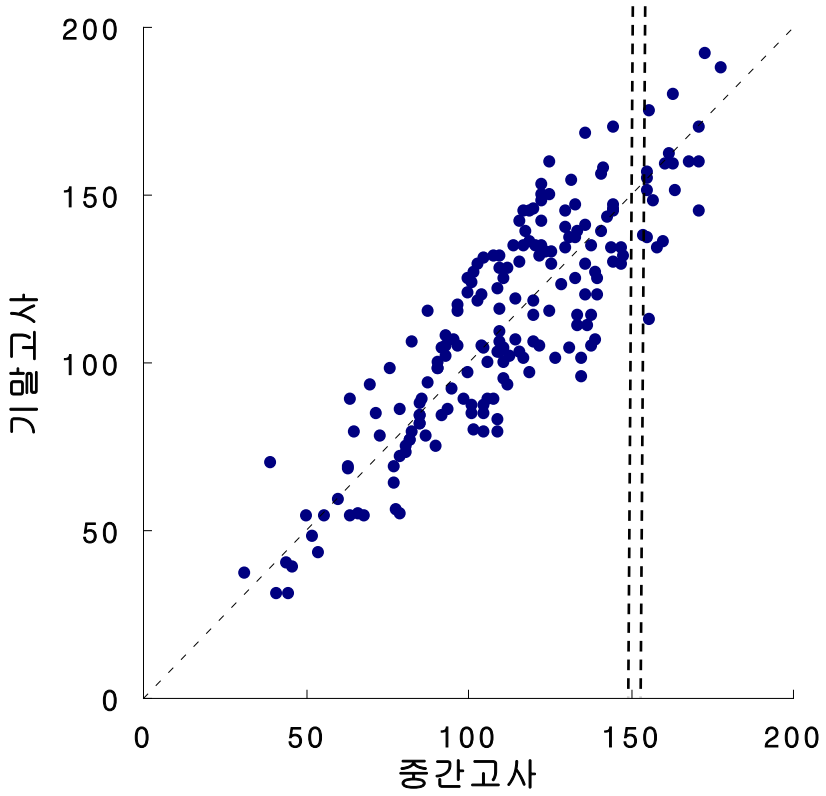
중간고사 기말고사 성적간 관계가 약한 경우



- 변수 사이의 관계가 약하면 한 변수 값이 다른 변수 값을 예측하는 데 큰 도움 안됨
- 중간고사에서 150점 받은 학생들의 기말고사 성적은 55점에서 175점 사이에 분포

1. 산포도

중간고사 기말고사 성적간 관계가 강한 경우



- 변수 사이의 관계가 강하면 한 변수 값이 다른 변수 값을 예측하는 데 크게 도움됨

- 중간고사에서 150점 받은 학생들의 기말고사 성적은 105점에서 175점 사이에 분포

1. 산포도

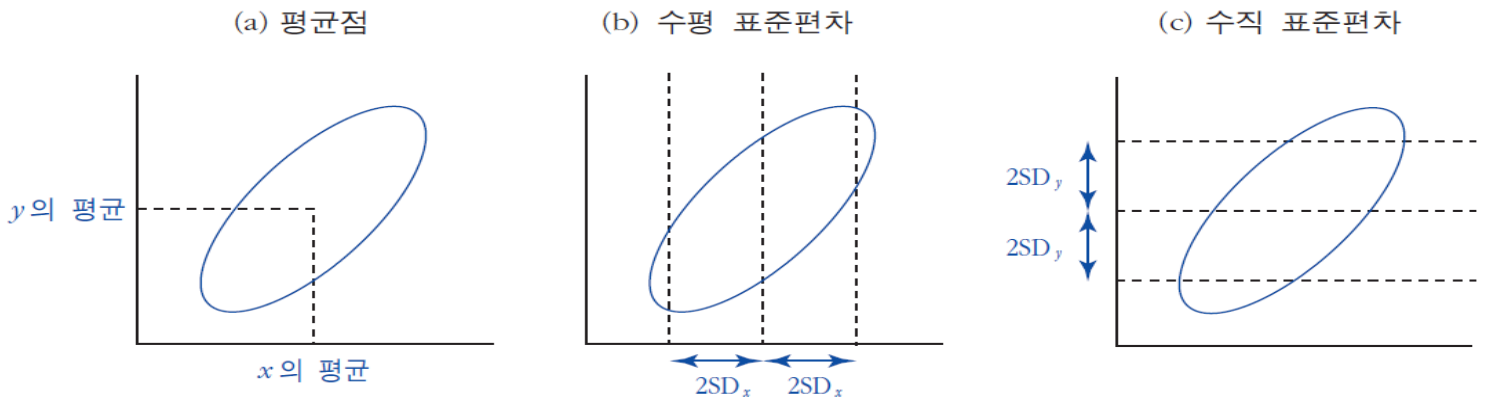
산포도의 요약

가로로 보면 대략 95%의 점들이 x평균점을 기준으로 $\pm 2SD_x$ 이내에 위치함

세로로 보면 대략 95%의 점들이 y평균점을 기준으로 $\pm 2SD_y$ 이내에 위치함

x의 평균과 표준편차, y의 평균과 표준편차는 x와 y의 분포를 따로따로 요약

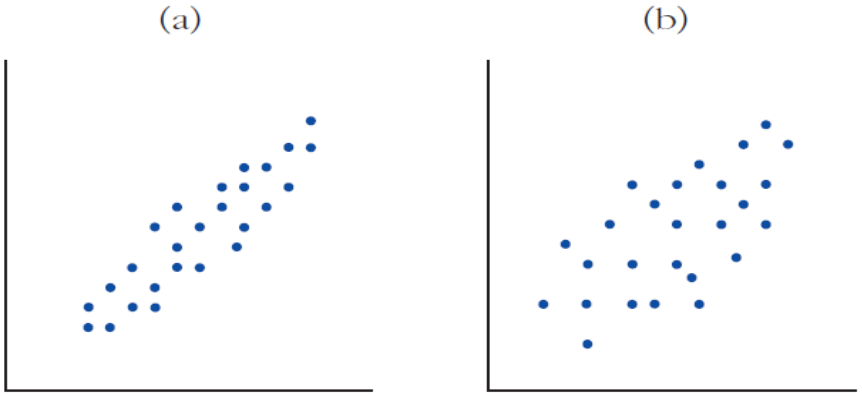
그림 5–4 산포도의 요약



2. 상관계수

상관계수의 필요성

가로든 세로든 평균과 표준편차가 동일해도 두 변수의 관계는 상이



위의 두 산포도는 가로든 세로든 중심과 퍼진 정도가 동일하지만 (a)가 (b)보다 더 강한 선형관계를 보임

두 변수간 선형관계의 방향과 강도가 얼마나 되는지 측정할 필요성 대두

상관계수는 두 변수간 선형관계의 방향과 강도 측정

2. 상관계수

두 변수 사이의 관계

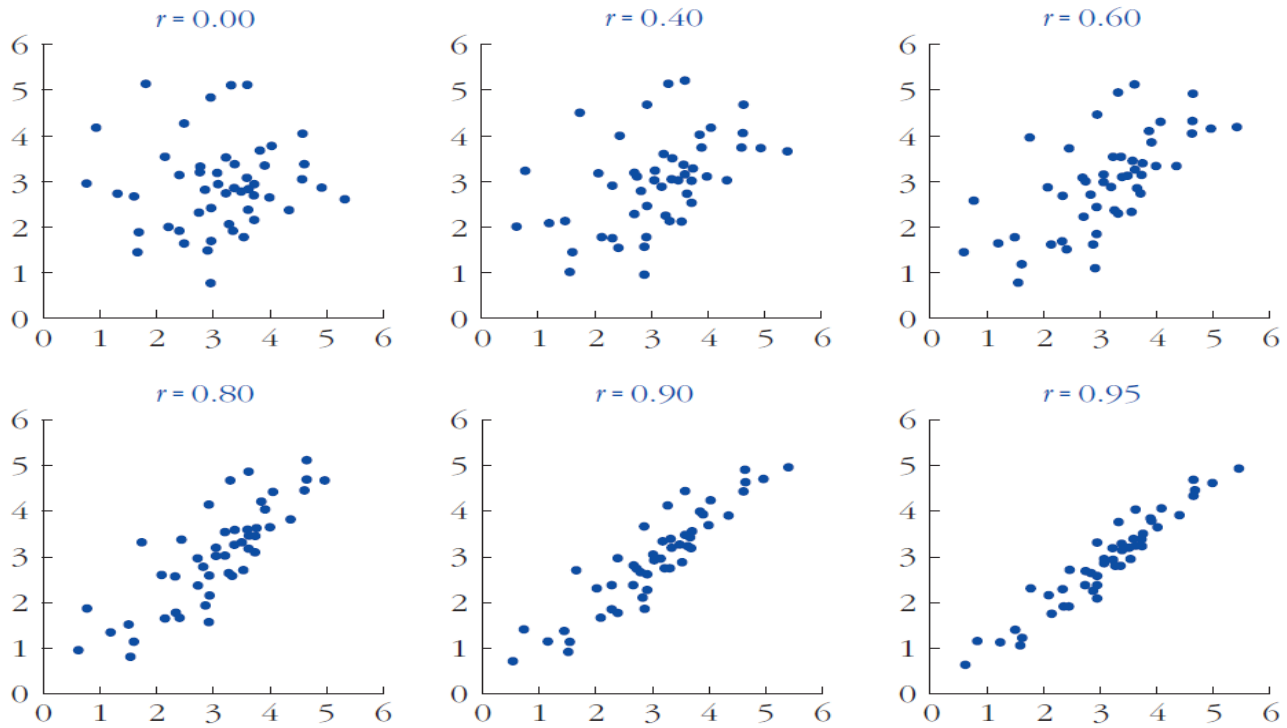
이변량 자료의 요약 통계량

- x의 평균과 표준편차
- y의 평균과 표준편차
- x와 y간 상관계수 (correlation coefficient)
  - r로 표기

2. 상관계수

상관계수가 다른 여섯 개의 산포도

그림 5–6 양(+)의 상관계수 값을 갖는 여섯 개의 산포도



주: 각각의 산포도는 가로, 세로 모두 평균 3, 표준편차 1의 동일한 값을 갖는다. 각각의 산포도에는 50개씩의 점이 찍혀 있다.

2. 상관계수

상관계수의 범위, 부호

범위: $-1 \leq r \leq 1$

상관계수 = 1 또는 –1 이면 완전상관(perfect correlation)

- 모든 점들이 정확히 하나의 선 위에 위치

양의 상관관계이면 점의 분포가 우상향

음의 상관관계이면 점의 분포가 우하향

두 변수의 표준편차가 모두 0이면 상관계수를 정의할 수 없음

두 변수 중 어느 한 변수만의 표준편차가 0이면 상관계수는 0

3. 상관계수 구하기

상관계수 구하는 절차 1

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2}}$$

i. 각 변수를 평균으로부터의 편차로 바꾼다.

ii. 두 편차를 서로 곱한 뒤 합친다.

iii. 각 편차를 제곱하여 합치고, 다시 제곱근을 취한다. 두 제곱근을 곱한다.

iv. 위 ii에서 얻은 값을 위 iii에서 얻은 값으로 나눈다.

3. 상관계수 구하기

상관계수 구하는 절차 2

변형된 공식

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})/(n-1)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2/(n-1)} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2/(n-1)}}$$

i. 각 변수를 평균으로부터의 편차로 변환한다.

ii. 두 편차를 서로 곱하여 합친 뒤 자유도 n-1로 나누어 공분산을 구한다.

iii. 두 표준편차를 곱한다.

iv. 위 ii에서 구한 값을 위 iii에서 구한 값으로 나눈다.

4. 상관계수의 특징

상관계수의 특징

상관계수는 단위를 갖지 않음. 즉, 측정단위와 독립적으로 정의됨

- 하나의 변수가 취하는 모든 값에 상수를 더하거나 빼는 변환을 해도 상관계수는 변하지 않음
- 하나의 변수가 취하는 모든 값에 양의 상수를 곱하거나 양의 상수로 나누는 변환을 해도 상관계수는 변하지 않음

상관계수는 방향성을 갖지 않음. 즉 x와 y의 상관계수는 y와 x의 상관계수 와 같음

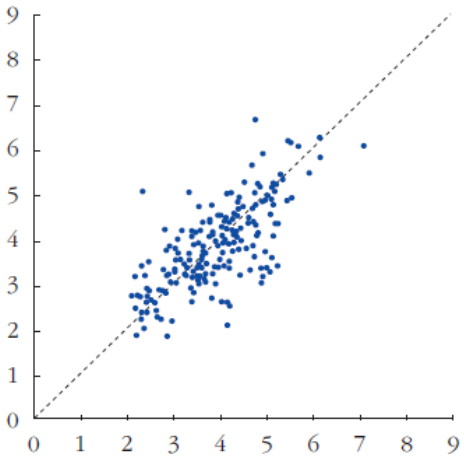
5. 상관관계와 관련된 유의사항

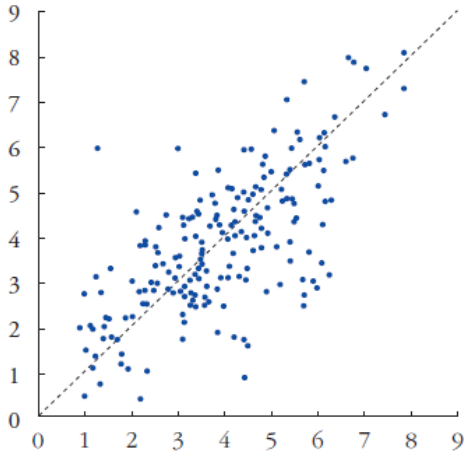
상관계수의 해석

상관계수의 의미

- '상관계수=0.8'은 산포도 상에서 80%의 점들이 하나의 선 주위에 빽빽하게 밀집해 있다는 것을 의미하지 않는다.
- '상관계수=0.8'은 상관계수가 0.4일 때보다 선형관계의 강도가 강하기는 하지만 정확히 두 배로 강하다는 것을 의미하지도 않는다.

산포도상에서 표준편차를 변화시킬 때의 시각적 효과





사실상 두 그림에서

상관계수는 0.7로 같음

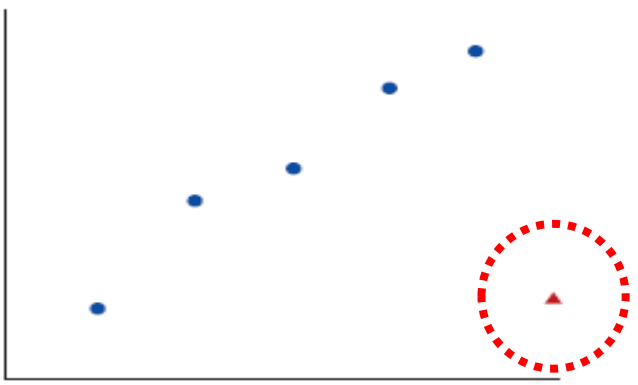
5. 상관관계와 관련된 유의사항

상관계수가 유용하지 않은 경우

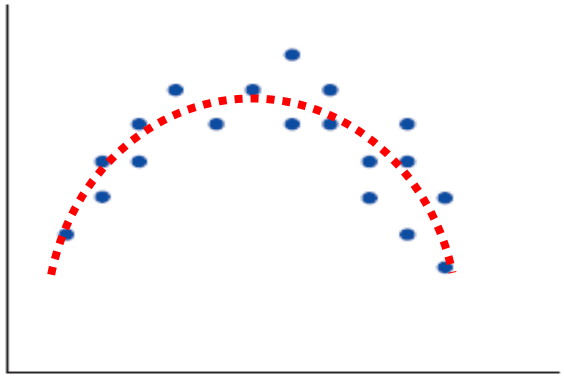
이탈값(outlier)이 존재하는 경우

두 변수간 관계가 비선형인 경우

(a) 이탈값



(b) 비선형관계

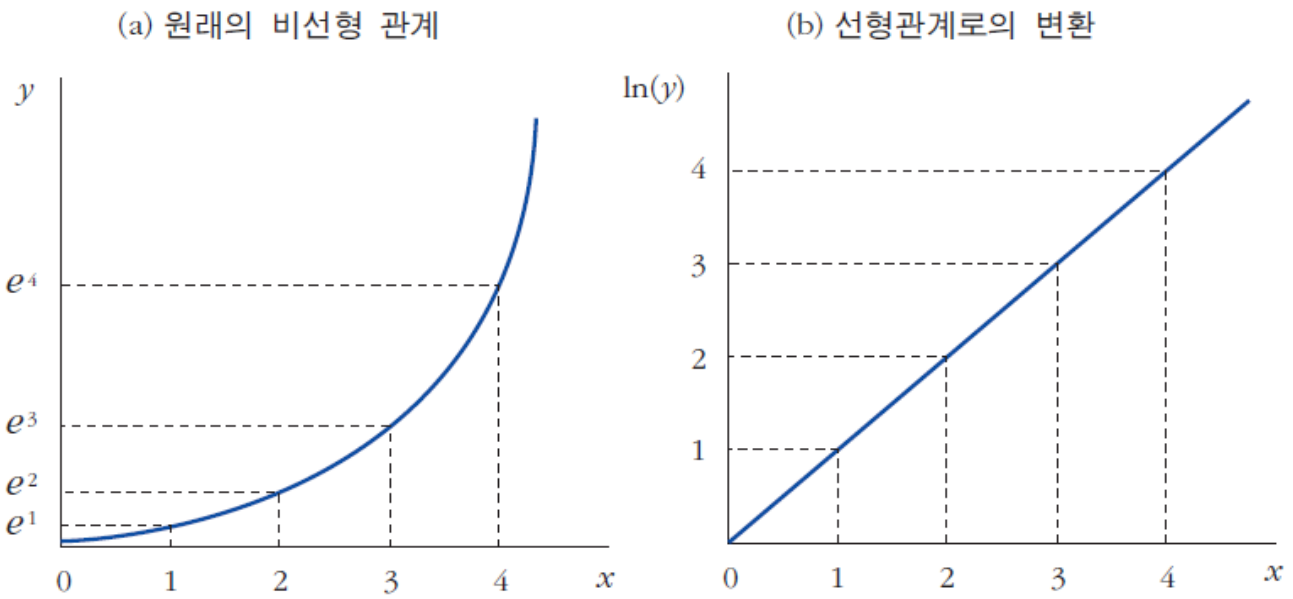


5. 상관관계와 관련된 유의사항

변수 변환

적절한 변수변환을 통하여 비선형 관계를 선형관계로 근사시킴

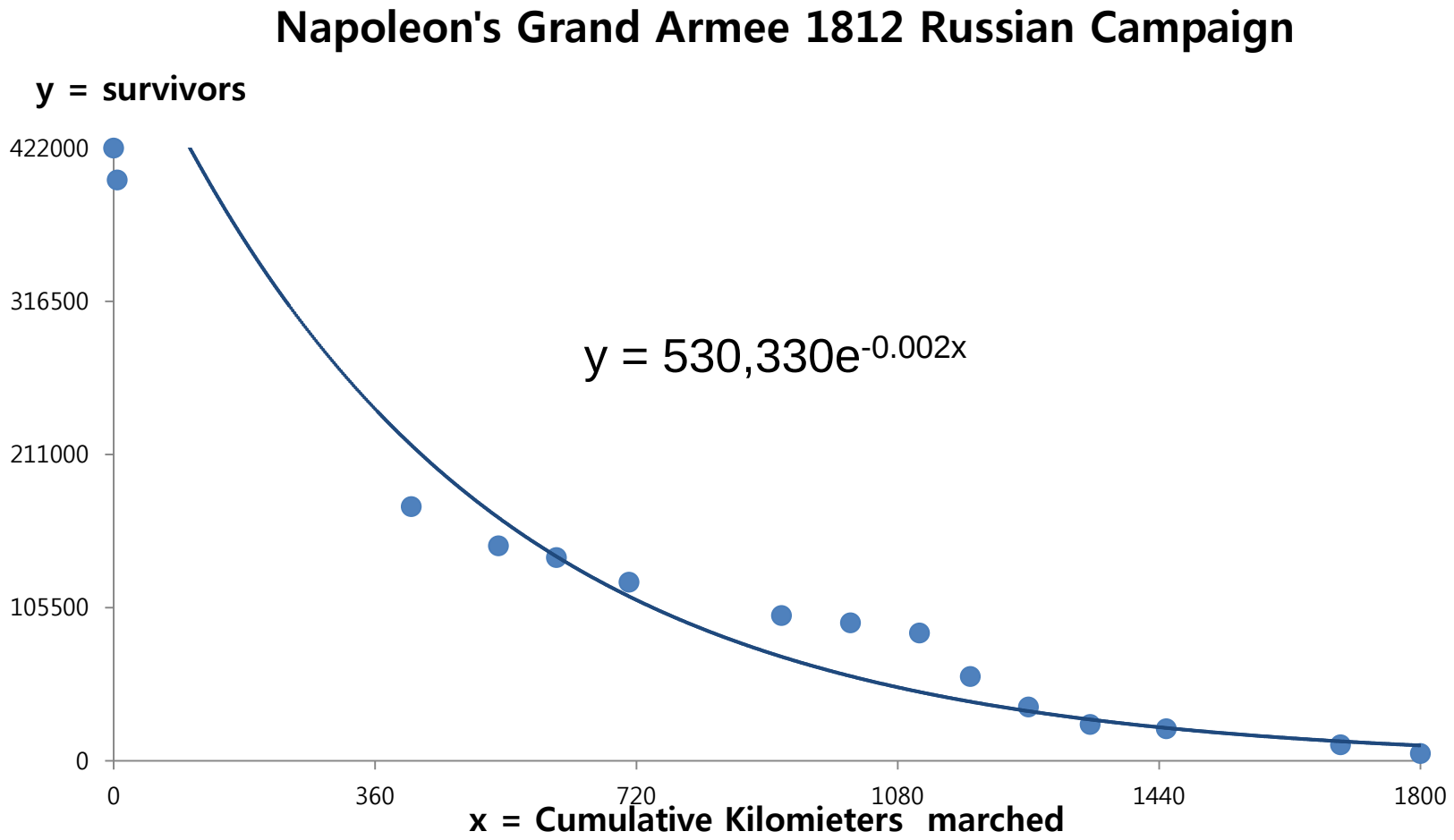
- 예: (x, y)간 존재하는 원래의 비선형 관계가 (x, ln(Y))간 선형관계로 바뀐 경우



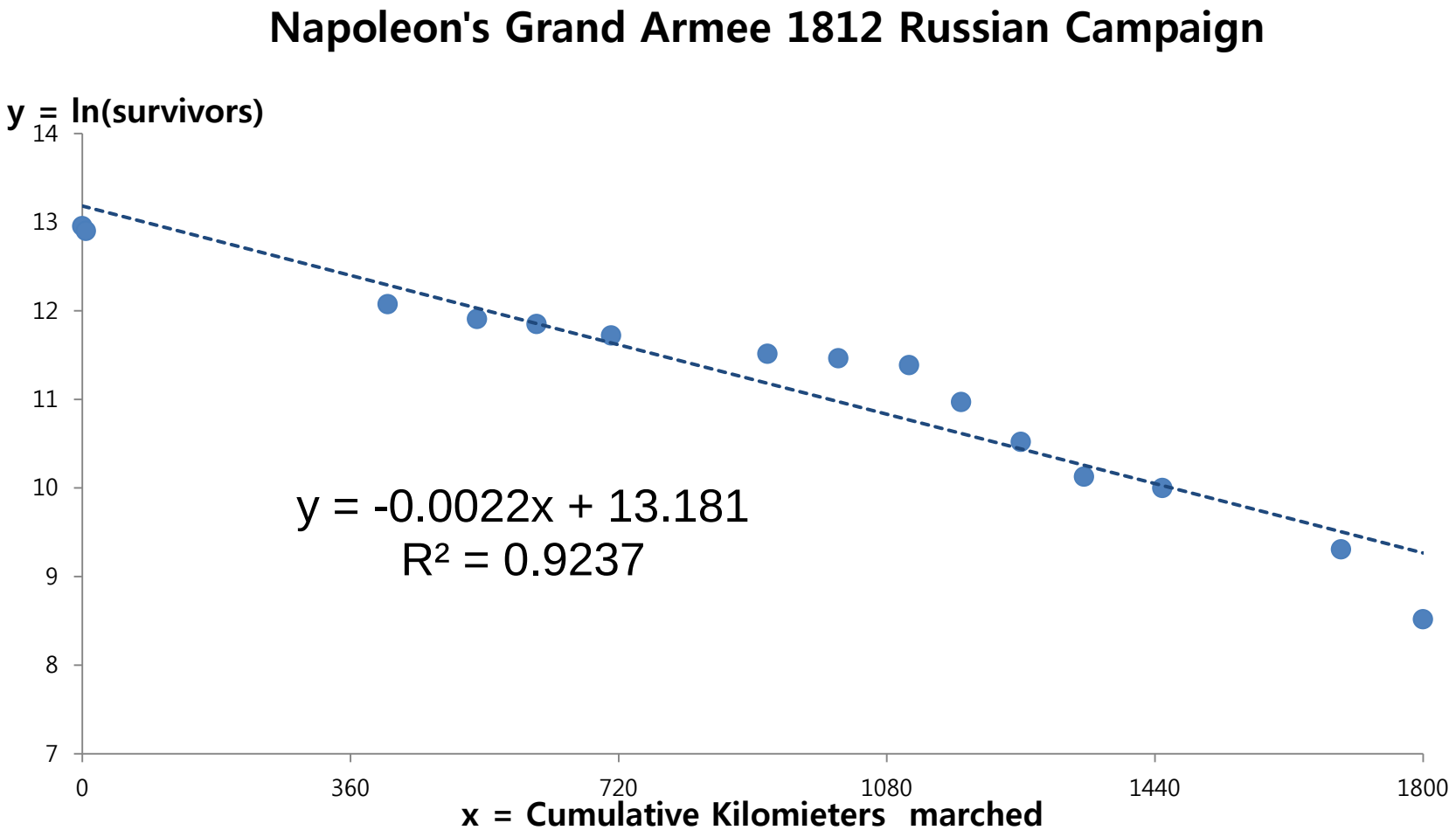
(x, y) : 비선형관계

(x, ln(y)) : 선형관계

5. 상관관계와 관련된 유의사항



5. 상관관계와 관련된 유의사항

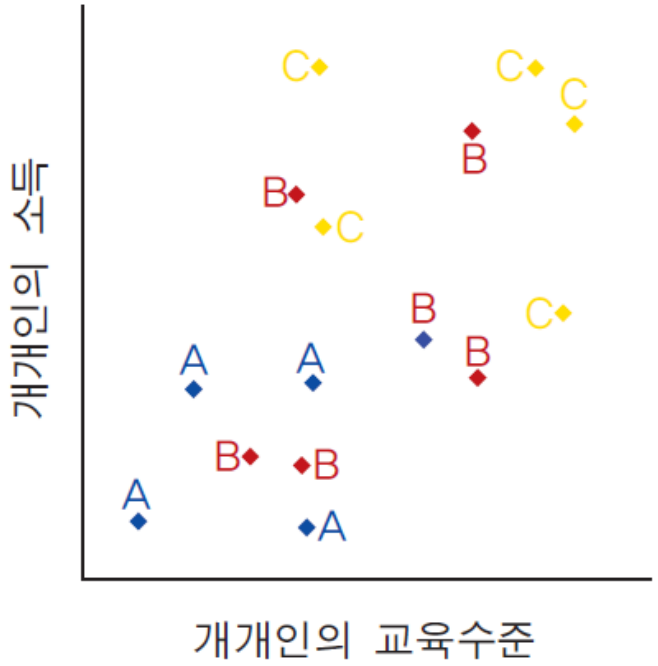


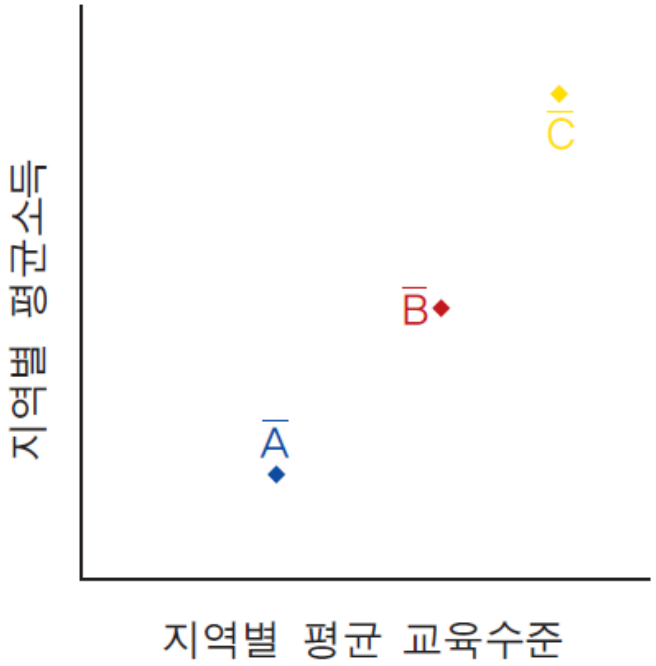
5. 상관관계와 관련된 유의사항

상관관계가 실제의 관계를 과장하는 경우

비율이나 평균의 자료로부터 구한 상관관계는 종종 실제의 관계를 과장

지역이나 국가 등 집단의 자료로부터 구한 상관계수는 개개인에게 적용되는 선형관계를 과장할 가능성이 있음.





5. 상관관계와 관련된 유의사항

상관계수가 곧바로 인과관계는 아니다

자유무역과 경제성장

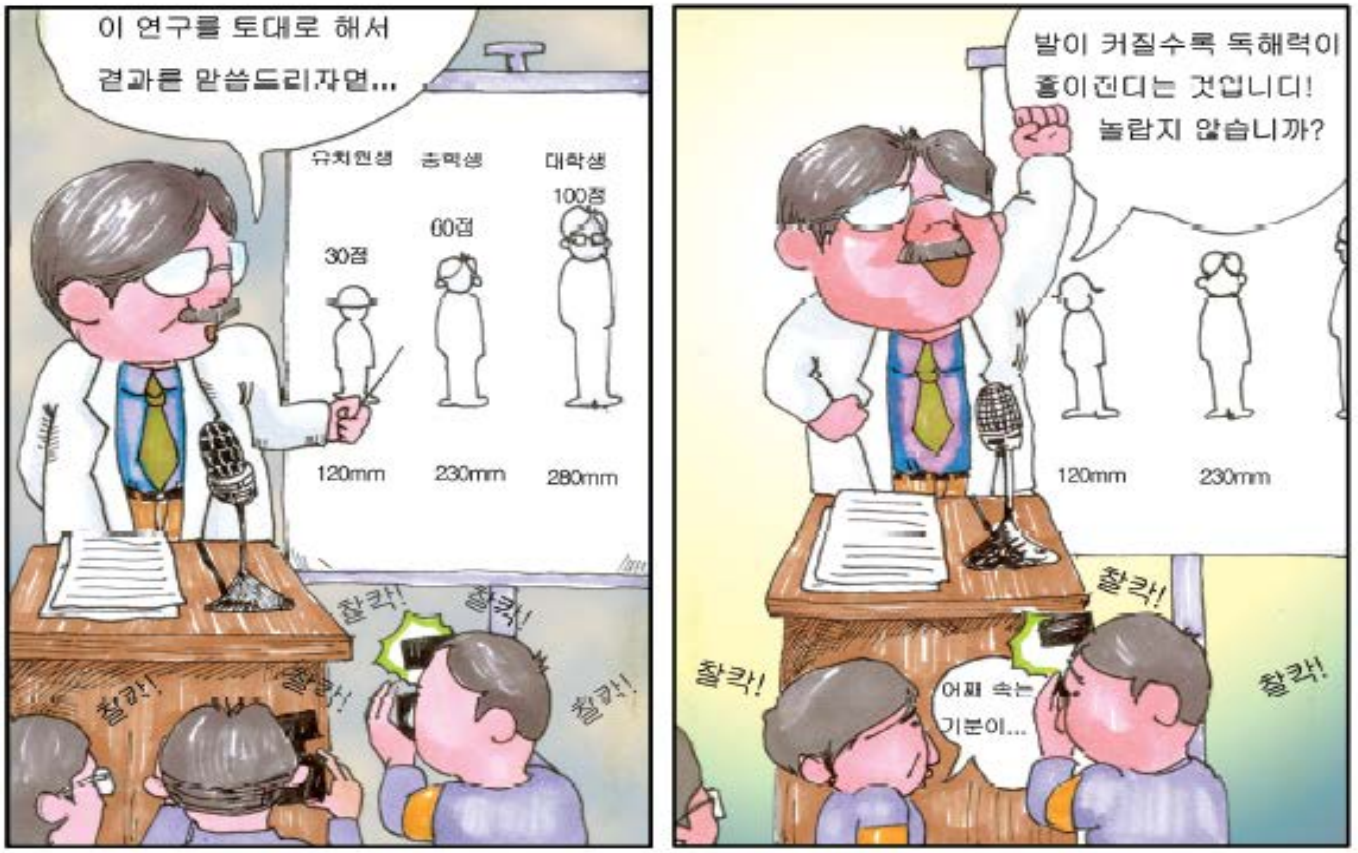
- 많은 연구에서 자유무역과 경제성장 간에는 양의 상관관계가 존재하는 것으로 나타났다. 과연 자유무역이 경제 성장의 원동력이라고 말할 수 있을까?
- 후진국: 낙후된 지역, 잘못된 거시정책 (제3의 혼동요인 존재)

자본유입과 경제성장

- 중국 내 12개 성(省)을 대상으로 조사한 결과 해외자본을 많이 유치한 성일수록 경제성장률이 높았다. 이 결과로부터 해외자본이 경제성장을 촉진시켰다고 말할 수 있을까?
- 해외투자자: 성장잠재력이 큰 성에 투자할 것임 (역인과 관계 가능성)

5. 상관관계와 관련된 유의사항

상관계수가 곧바로 인과관계는 아니다



상관관계가 곧바로 인과관계를 말하지는 않습니다.